

2009

# SIMULTANE PERSONALPLANUNG ANHAND GEMISCHT-GANZZAHLIGER LINEARER PROGRAMMIERUNG (MIP) UND TABU-SUCHE

Arne Ruban  
*Ginnheimer Hohl*

Follow this and additional works at: <http://aisel.aisnet.org/wi2009>

---

## Recommended Citation

Ruban, Arne, "SIMULTANE PERSONALPLANUNG ANHAND GEMISCHT-GANZZAHLIGER LINEARER PROGRAMMIERUNG (MIP) UND TABU-SUCHE" (2009). *Wirtschaftsinformatik Proceedings 2009*. 110.  
<http://aisel.aisnet.org/wi2009/110>

This material is brought to you by the Wirtschaftsinformatik at AIS Electronic Library (AISeL). It has been accepted for inclusion in Wirtschaftsinformatik Proceedings 2009 by an authorized administrator of AIS Electronic Library (AISeL). For more information, please contact [elibrary@aisnet.org](mailto:elibrary@aisnet.org).

# SIMULTANE PERSONALPLANUNG ANHAND GEMISCHT-GANZZAHLIGER LINEARER PROGRAMMIERUNG (MIP) UND TABU-SUCHE

Arne Ruban<sup>1</sup>

## **Kurzfassung**

*Bei der betrieblichen Planung der Ressourcenbereitstellung sind die zeitliche Abfolge von Leistungserstellungen, die zeitlich korrespondierende Zuordnung erstellungsnotwendiger Ressourcen und die Ausstattungsgestaltung zu koordinieren. Dies ist besonders relevant, wenn eine zeitliche Verschiebung oder Substitution der nachgefragten Leistung kaum möglich ist und Sparzwang eine hohe Ressourcenausnutzung erfordert. Im vorliegenden Beitrag werden zeitlicher Personalbedarfsverlauf (unter Beachtung von Restriktionen der Auftragsfolgeplanung), Personalausstattung und Personaleinsatz simultan festgelegt. Ein simultaner Planungsansatz bietet gegenüber einer sukzessiven Vorgehensweise eine günstigere Basis zur Ermittlung des globalen Optimums. Dem steht zu meist eine begrenzte Lösbarkeit mittels mathematisch bestimmender Verfahren gegenüber. Im vorliegenden Beitrag werden sukzessive Entscheidungsbaumprüfung und zufallsbeeinflusste Suche gegenübergestellt.*

## **1 Problemstellung**

### **Untersuchungsziel**

Trotz des Einsatzes neuer Technologien kommt der menschlichen Arbeit im Bereich der Produktion bzw. Leistungserstellung eine Schlüsselrolle zu.<sup>2)</sup> Im Rahmen der Versorgung einer Organisation mit den benötigten Arbeitskräften (Personalbereitstellung) ist die Aufgabe der Personalplanung zu lösen (vgl. [19], S. 1052). Diese wird mit dem Ziel durchgeführt, betriebliche Verfügbarkeitsengpässe hinsichtlich benötigter Arbeitskräfte zu vermeiden und einen wirtschaftlichen Einsatz der Personalressourcen zu ermöglichen. Im Rahmen der Personalplanung ist, gegliedert in drei Teilbereiche (vgl. [18]; vgl. [19], S. 1053 ff.), festzulegen,

- wie viele Mitarbeiter welcher Qualifikationsanforderung wann benötigt werden (Personalbedarf),
- wie viele Mitarbeiter welcher Qualifikation und Arbeitszeitvereinbarung im Planungszeitraum wann verfügbar sein müssen (Personalausstattung) und
- welcher Auftrag wann durch Mitarbeiter welcher Qualifikationskategorie unter Berücksichtigung von Arbeitszeitrestriktionen bearbeitet wird (Personaleinsatz).

---

<sup>1</sup> Ginnheimer Hohl 18a, D-60431 Frankfurt am Main.

<sup>2</sup> [12], vgl. S. 111, bezieht diese Aussage auf die industrielle Produktion. [22], vgl. S. 15, nennen Humanressourcen und Informationstechnologie als wichtigste Produktionsfaktoren der Finanzdienstleistungsbranche.

Die drei Teilbereiche stehen in gegenseitiger Abhängigkeit, d. h. einer oder zwei Teilbereiche können - als Parameter festgelegt - in die Entscheidungsfindung zu dem bzw. den noch offenen Teilbereichen eingehen. Bei der simultanen Personalplanung ist für alle drei Teilbereiche gemeinsam die Ausprägung der Entscheidungsgrößen festzulegen, d. h. über Personalbedarf, Personalausstattung und Personaleinsatz ist simultan zu entscheiden (vgl. [19], S. 1106 *ff.*, bzw. [20], S. 288 *ff.*). Bei einer sukzessiven Bearbeitung einzelner Abstimmungsprobleme besteht das Risiko, einem gemeinsamen Optimierungsanspruch nicht gerecht werden zu können und Teilaspekte zu vernachlässigen.<sup>3)</sup> Bei der simultanen Abstimmung der Planungsentscheidungen<sup>4)</sup> ergibt sich die größte Effizienz der Entscheidungsfindung.<sup>5)</sup> „Nur eine die drei Bereiche Personalbedarf, Personalausstattung und Personaleinsatz umfassende und darüber hinaus in die gesamte Unternehmensplanung integrierte Personalplanung [kann] zu optimalen Entscheidungen sowohl im personellen als auch in anderen betrieblichen Bereichen führen.“ ([13], S. 224) Allerdings ist bei der simultanen Vorgehensweise zu beachten, dass die genannten Abstimmungsprobleme im Einzelnen bezüglich der Detaillierung der Betrachtungszeiträume und der Betrachtungsobjekte einen unterschiedlichen Anspruch haben. Während im Rahmen der Auftragszuordnung und der Ressourceneinsatzplanung Einzeltätigkeiten und Einzelressourcen in kurzen Zeiträumen betrachtet werden, sind vor dem Hintergrund der Durchführbarkeit von Veränderungen Einzelressourcen im Rahmen mittel- oder langfristiger Betrachtungen Entscheidungsobjekte der Ausstattungsplanung. Der hohen Komplexität des simultanen Ansatzes steht die Vernachlässigung wichtiger Interdependenzen beim sukzessiven Ansatz gegenüber (vgl. [9], S. 4). Die Auftrags-Ressourcenzuordnung und die Ressourceneinsatzplanung zeichnen sich durch eine im Verhältnis zur Anzahl der Betrachtungsobjekte hohe Anzahl von Entscheidungs- bzw. Zuordnungsmöglichkeiten<sup>6)</sup> aus. Vor produktionswirtschaftlichem Hintergrund wurde vor rund 25 Jahren die rechnerische Lösung der simultanen Vorgehensweise als unmöglich angesehen (vgl. [10], S. 9). Für die simultane Planung mithilfe der mathematischen Programmierung ist trotz technischer Innovationen<sup>7)</sup> keine allgemeine Änderung der Rechenbarkeitsaussage erkennbar. Dass sich in der Praxis überwiegend sukzessive bzw. hierarchische betriebswirtschaftliche Entscheidungs- bzw. Planungsansätze durchgesetzt haben<sup>8)</sup> und der simultanen Planung in puncto Durchführbarkeit Skepsis entgegen gebracht wird (vgl. beispielsweise [10], S. 9), sollte nicht von einer Machbarkeitsuntersuchung für die simultane Behandlung ausgewählter Fragestellungen abhalten. Eine solche Machbarkeitsuntersuchung erfolgt im Rahmen des vorliegenden Beitrags für die simultane Planung von Personalbedarf, -ausstattung und -einsatz.

---

<sup>3</sup> So weist [5], vgl. S. 21, auf die Gefahr hin, dass betriebliche Teilpläne (Sachinvestitions-, Absatz- und Produktionspläne inkl. Personalverfügbarkeit) unzureichend aufeinander abgestimmt und damit suboptimal bzw. nicht durchführbar sind. Vgl. auch [11], S. 14.

<sup>4</sup> Zur simultanen Auftragsfolge- und Personalplanung vgl. z. B. [8], S. 54 *ff.*

<sup>5</sup> [24], vgl. S. 22 *f.*, zu Planungsentscheidungen unterschiedlicher betrieblicher Funktionsbereiche.

<sup>6</sup> So ergeben sich gem. [3], S. 314, für eine  $n^2$ -Matrix bei  $n$  Mitteln und  $n$  Aufgaben  $n!$  Zuordnungen. [14], S. 302, nennt als Anzahl  $N$  der Zuordnungsmöglichkeiten von  $n$  Arbeitsgängen und  $m$  Maschinen ohne Beachtung der Reihenfolgebedingungen  $N = (n!)^m$ .

<sup>7</sup> Vgl. für die simultane Produktions- und Absatzplanung [24], S. 39.

<sup>8</sup> Vgl. [12], S. 560; einige Beispiele für Empfehlungen bzgl. der Produktionsplanung: [1], S. 121 *ff.*; [10], S. 10 *ff.*; [12], S. 547 *ff.* bzw. S. 561. Als Gründe für eine Favorisierung sukzessiver Planungsansätze können angeführt werden: eine bessere Problemüberschaubarkeit aufgrund der Zerlegung in Teilbereiche (vgl. [11], S. 12 *f.*) sowie ggf. die Aufteilung der Entscheidungs- und Verantwortungsbereiche in Unternehmen und die Abstraktions- bzw. Aggregationsbedürfnisse (ggf. auch Planungshorizonte (vgl. [15] mit Verweis auf diverse, S. 111)) verschiedener Entscheidungsträger auf verschiedenen Hierarchieebenen einem simultanen Ansatz entgegenstehen (vgl. [10], S. 10; vgl. [11], S. 12; vgl. [27], S. 303).

## Modellanforderungen

Zur Behandlung der Frage, wie Aufträge in einer Situation gem. Abbildung 1 Mitarbeitern wirtschaftlich effizient zuzuordnen sind, wird ein Planungsmodell formuliert. Basierend auf einem theoretischen Ansatz zur simultanen Personalplanung von KOSSBIEL (vgl. [17], S. 49 ff.) ermöglicht dieses eine Planung für Mitarbeitergruppen (Kategorien) gem. Qualifikation und berücksichtigt:

- Abwägung von Generalisten- und Spezialisteneinsatz bei unterschiedlichen Lohnkosten zur Vermeidung von Leerkapazitäten;
- Leistungszeitbedarfsfaktoren (abhängig von der Mitarbeiterkategorie, der ein Auftrag zur Bearbeitung zugeordnet wird), die die tatsächliche Bearbeitungsdauer beeinflussen.
- Rüstzeiten in Abhängigkeit von Merkmalen des zuvor bearbeiteten Auftrags (ausgewiesen anhand einer Zuordnung zu einer „Rüsfamilie“);
- Gangfolgen und gemeinsame Bearbeitungsstarts;
- begrenzter zeitlicher Spielraum bez. Auftragsbearbeitung (Wartezeiten).

Bedarfsorientierter Mitarbeiterereinsatz unter Berücksichtigung zulässiger Arbeitszeiten (Dauer und Lage). Um das Personalplanungsmodell von der Prüfung der Zulässigkeit der Einsatzzeiten zu entlasten, erfolgt die Zuordnung von zuvor auf Zulässigkeit geprüften Arbeitszeitalternativen (0-1-Tupel mit 1 für Zeitabschnitte mit Anwesenheit).

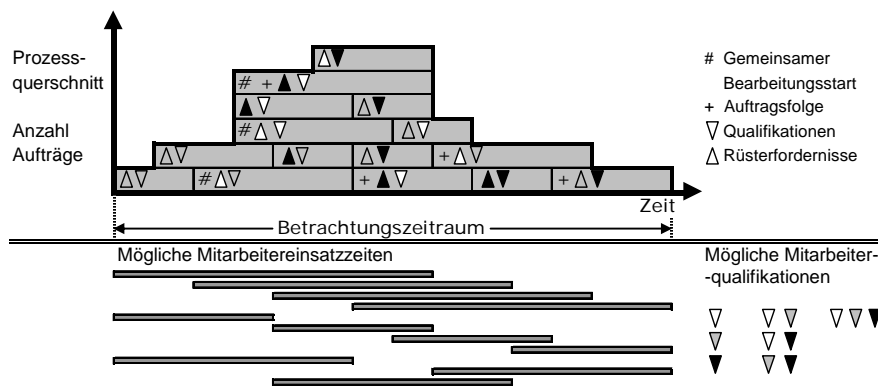


Abbildung 1: Ausgangslage/Illustration der Koordinationsanforderungen an das behandelte Planungsmodell

## Implementierungsumfeld und Testgestaltung<sup>9)</sup>

Die Implementierung und die Testdurchführung erfolgen sowohl anhand eines LP-Solvers<sup>10)</sup> und anhand der Tabu-Suche<sup>11)</sup>. Die Gegenüberstellung ermöglicht einen Einblick in die bewältigbare Modellgröße anhand neuerer LP-Solver-Technologie und anhand der Tabu-Suche als Suchverfahren mit zufallsbeeinflusster Wertefestlegung<sup>12)</sup>. Getestet werden die Verfahren für verschiedene

<sup>9)</sup> Darstellungskonventionen (Symbolerläuterungen befinden sich am Ende von Abschnitt 2): Entscheidungsvariablen sind groß und kursiv, während Parameter bzw. Vorgabewerte und Indices klein und kursiv geschrieben sind. Mengen sind durch Großbuchstaben in nicht kursiver Schreibweise abgebildet.

<sup>10)</sup> LINGO 8.0 (angeboten durch LINDO Systems Inc.).

<sup>11)</sup> Simtalk in Simple++ 7.0.4 (Aktuelles Nachfolgeprodukt: em-Plant, angeboten durch Tecnomatix Technologies Ltd.).

Die Testdurchführung erfolgte auf einem iMac 2 GHz Intel Core 2 Duo (OS X 10.4.11, Parallels), 1 GB RAM.

<sup>12)</sup> Aus einer Vergleichsbetrachtung als geeignetstes Verfahren für die vorliegende Problemstellung hervorgegangen (vgl. [21], S. 207 ff.). Die dort ebenfalls angewendeten Verfahren und die wesentlichen Gründe der Nicht-Darstellung im vorliegenden Beitrag sind:

- Constraint Logic Programming u. Simulated Annealing – lange Suchzeiten bzw. hohe Suchzeitsteigerungen bei Veränderung der Problemgrößen hin zu den größten betrachteten Umfängen;

Planungsszenarien: zwei bis sieben Aufträge  $o$  und eine oder fünf Arbeitszeitalternativen  $p$ . Betrachtet wird ein Planungszeitraum, untergliedert in zehn Teilperioden  $t$ . Die Aufträge haben einen von zwei Qualifikationsbedarfen ( $q=1, 2$ ) und können durch Mitarbeiter der entsprechenden Kategorien (Spezialisten,  $r=1, 2$ ) oder durch eine Mitarbeiterkategorie bearbeitet werden, die über beide Qualifikationen (Generalisten,  $r=3$ ) verfügt. Generalisten und Spezialisten haben für Aufträge eines Qualifikationsbedarfs unterschiedliche Leistungszeitbedarfsfaktoren  $\ell^{qr}$ . Einzelne Arbeitszeitalternativen sind nicht für alle Mitarbeiterkategorien zulässig. Für einzelne Aufträge gelten spezifische Abfolgebedingungen: Auftrag A ist Vorgänger von C, A und B starten gemeinsam.

Parameter Auftrag $o$	Teilperiode des Auftragsanfalls $t_o$	Standarddauer der Auftragsbearbeitung $d_o$	Qualifikationsanforderung $q_o$	Rüstkategorie $fr_o$
A	1	4	1	2
B	3	6	2	1
C	6	1	2	1
D	4	2	1	2
E	5	1	1	1

Tabelle 1: Auftragsdaten für Planungsszenario mit fünf Aufträgen (zur Verdeutlichung)

$r \setminus q$	1	2	$c^r$
1	1		100
2		1	200
3	1,2	1,4	220

Tabelle 2: Leistungszeitbedarfsfaktoren  $\ell^{qr}$  und Lohnkosten  $c^r$  bei Vollzeiteinsatz

$p$	$t$										Zulässig für $r$		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	X	X	
2	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	X	X	
3	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	X	X	X
4	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	X	X	X
5	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	X	X	X

Tabelle 3: Arbeitszeitalternativen  $p$  und deren Zulässigkeit für verschiedene Kategorien  $r$

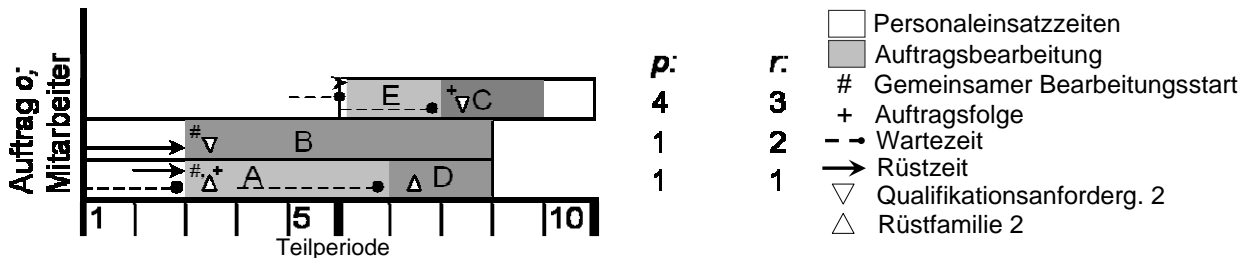


Abbildung 2: Optimale Lösung für Planungsszenario mit Eingangsdaten gem. den Tabellen 1 bis 3

## 2 Modellformulierung und Berechnungsergebnisse

### LP-Formulierung<sup>13)</sup>

$$\underbrace{\left( \sum_{p=1}^{\hat{p}} \sum_{r \in R} PA^{pr} \cdot c^r \cdot \frac{\sum_{t=1}^{\hat{i}} a_t^p}{sl} \right)}_{\text{Lohnkosten}} \cdot \underbrace{zg}_{\text{Gewicht}} + \underbrace{\sum_{o \in O} \sum_{t=1}^{\hat{i}} WZ_{ot}}_{\text{quasiquadratierte Auftragswartezeiten insgesamt}} \rightarrow \text{Min!}$$

- Genetischer Algorithmus: hohe Parameter- bzw. Verfahrensvariantenanzahl und Intransparenz bzgl. einer geeigneten Parametrisierung;
- Sintflut-Algorithmus u. Threshold Accepting: hohes Risiko des Verharrens in lokalen Optima.

<sup>13</sup> Vgl. [21], S. 173 ff.

Allgegenwärtige Fragestellungen bei Optimierungsproblemen wie beispielsweise der Trade-off zwischen hoher Lieferbereitschaft und hoher Ressourcenausnutzung erschweren, als konfliktäre Nebenbedingungen formuliert, das Auffinden einer optimalen Lösung deutlich.<sup>14)</sup> Vor diesem Hintergrund ist die Minimierung der Personalkosten konkurrierend zur Minimierung der Wartezeiten. Bei der lexikografischen Zielordnung werden zuerst die Lösungsalternativen mit minimalen Lohnkosten ermittelt, bei denen eine Wartezeitrestriktion nicht verletzt wird. Aus den hinsichtlich des Primärziels gleichwertigen Lösungen wird in einem zweiten Schritt die Lösung mit den kürzesten Wartezeiten ermittelt.<sup>15)</sup> Um den sekundären Optimierungslauf einzusparen, sind beide Ziele in eine Zielfunktion integriert, wobei der Gewichtungsfaktor  $z_g$  die Aufgabe hat, lexikografisch zu trennen.

*Nebenbedingungen*<sup>16)</sup>:

**Darstellung Prozessquerschnitt unter Berücksichtigung von Leistungszeitbedarfsfaktoren anhand  $Y_{ot}^{pqr}$ ; Zuordnung der Aufträge zur Bedarfskategorie  $q$  anhand einer Big-M Formulierung:**

$$\begin{aligned}
 t - \tilde{B}_o - m \cdot \left( \sum_{p \in P} \sum_{r \in R_q} Y_{ot}^{pqr} - 1 \right) &\geq -\varepsilon & \forall t = 1 \dots \hat{t}, o \in O; q = q_o \\
 t - \tilde{B}_o - RT_o - SB_o - d_o \cdot \sum_{p \in P} \sum_{r \in R_q} (Z_o^{pr} \cdot \ell^{qr}) + m \cdot \left( \sum_{p=1}^{\hat{p}} \sum_{r \in R_q} Y_{ot}^{pqr} - 1 \right) &\leq -\varepsilon & \forall t = 1 \dots \hat{t}, o \in O; q = q_o \\
 \sum_p \sum_{r \in R_q} \sum_{t=1}^{\hat{t}} Y_{ot}^{pqr} &\geq \sum_p \sum_{r \in R_q} (Z_o^{pr} \cdot \ell^{qr} \cdot d_o) + RT_o + SB_o & \forall o \in O, p \in \{P \mid z_r^p = 1\}; q = q_o \\
 \sum_{p \in P} \sum_{t=1}^{\hat{t}} Y_{ot}^{pqr} &= 0 & \forall o \in O, q \neq q_o, r \in R
 \end{aligned}$$

**Ermöglichung der durchgehenden Auftragsbearbeitung durch denselben Mitarbeiter (Auftragszuordnung zu lediglich einer Bedarfskategorie  $q$  und Mitarbeiterkategorie  $r$ ):**

$$\begin{aligned}
 \sum_{p \in P} \sum_{r \in R_q} Z_o^{pr} &= 1 & \forall o \in O \\
 \sum_{p \in P} \sum_{q \in Q} \sum_{r \in R_q} \sum_{t=1}^{\hat{t}} Y_{ot}^{pqr} &\geq \sum_{p \in P} \sum_{r \in R} Z_o^{pr} & \forall o \in O \\
 \sum_{t=1}^{\hat{t}} Y_{ot}^{pqr} &\leq m \cdot Z_o^{pr} & \forall o \in O, p \in P, q \in Q, r \in R
 \end{aligned}$$

**Gewährleistung Wartezeitobergrenze und frühester Bearbeitungsbeginn:**

$$\begin{aligned}
 \tilde{B}_o + RT_o + SB_o - t_o &\leq wt & \forall o \in O \\
 \tilde{B}_o + RT_o + SB_o &\geq t_o & \forall o \in O
 \end{aligned}$$

Vermerk der kompletten Auftragswartezeit in  $WZ_{ot}$  in Warteperioden ( $WP_{ot}=1$ ) zur Quasiquadrierung der Wartezeiten (keine Multiplikation von Entscheidungsvariablen in der linearen Programmierung); Zweck: Bei mehreren Lösungen mit gleichen Lohnkosten soll jene bevorzugt werden, die kurze Laufzeiten je Auftrag ohne lange Wartezeiten einzelner Aufträge hat:

$$\begin{aligned}
 (t_o - t - \varepsilon) \cdot (t - \tilde{B}_o - RT_o - SB_o + \varepsilon) - m \cdot WP_{ot} &\leq 0 & \forall t = 1 \dots \hat{t}, o \in O \\
 -m \cdot (1 - WP_{ot}) + \tilde{B}_o + RT_o + SB_o - t_o &\leq WZ_{ot} & \forall t = 1 \dots \hat{t}, o \in O
 \end{aligned}$$

<sup>14)</sup> Vgl. [16], S. 976.

<sup>15)</sup> Diese Vorgehensweise entspricht, übertragen auf das Goal Programming, dem preemptive goal programming bzw. dem lexicographical screening (vgl. [26], S. 282 und S. 291).

<sup>16)</sup> Abgesehen von den dargestellten Nebenbedingungen beinhaltet das dem Beitrag zugrundeliegende Modell weitere formal redundante Nebenbedingungen mit denen eine Laufzeitverbesserung erzielt werden konnte.

### Ermittlung von Prozessquerschnittsveränderungen anhand $E_{o,t}^{fr}$ ; Ableitung von Rüstzeiten:

$$\begin{aligned}
 RT_o - \left( d_o \cdot r z^{fr} \cdot \sum_{p \in Pr \in R} \sum (Z_o^{pr} \cdot \ell^{qr}) \right) + \left( \left( 1 - \sum_{t=1}^{\hat{t}} E_{o,t}^{fr} \right) \cdot m \right) &\geq 0 & \forall o \in O; fr = fr_o, q = q_o \\
 \sum_p \sum_{q \in Q} \sum_{r \in R} \sum_{o \in O_{fr}} Y_{ot}^{pqr} - \sum_p \sum_{q \in Q} \sum_{r \in R} \sum_{o \in O_{fr}} Y_{o(t-1)}^{pqr} - \sum_{o \in O_{fr}} E_{o,t}^{fr} &\leq 0 & \forall fr = fr_o; t = 2 \dots \hat{t}, p \in \{P | z^{pr} = 1\} \\
 \sum_{o \in O_{fr}} E_{o,t}^{fr} = \sum_{o \in O_{fr}} \sum_{p \in P} \sum_{q \in Q} \sum_{r \in R} Y_{ot}^{pqr} & & \forall fr = fr_o, t = 1 \\
 \tilde{B}_o - t - \left( 1 - \sum_{p \in P} \sum_{q \in Q} \sum_{r \in R} Y_{ot}^{pqr} \right) \cdot m + RT_o \cdot \varepsilon - E_{o,t}^{fr} &\leq 0 & \forall o \in O, t = 1 \dots \hat{t}, fr = fr_o \\
 \sum_{p \in P} \sum_{q \in Q} \sum_{r \in R} Y_{ot}^{pqr} \geq \sum_{fr \in FR} E_{o,t}^{fr} & & \forall o \in O, t = 1 \dots \hat{t}
 \end{aligned}$$

### Kontrolle der Gangfolgen:

$$\tilde{B}_{o'} + RT_{o'} + SB_{o'} - \tilde{B}_{o''} - RT_{o''} - SB_{o''} \geq \sum_{p \in Pr \in R_q} \sum (Z_o^{pr} \cdot \ell^{qr} \cdot d_{o''}) \quad \forall o', o'' \in \{O | o' \neq o'', vg_{o'o''} = 1\}.$$

### Gewährleistung gleichzeitig vorliegender Ressourcen bei gleichzeitigen Bearbeitungsstarts:

$$\tilde{B}_{o'} + RT_{o'} + SB_{o'} = \tilde{B}_{o''} + RT_{o''} + SB_{o''} \quad \forall o', o'' \in \{O | o' < o'', gr_{o'o''} = 1\}$$

### Ermittlung der notwendigen Personalausstattung:

$$\sum_{o \in O} \sum_{q \in Q} Y_{ot}^{pqr} \leq a_i^p \cdot z^{pr} \cdot PA^{pr} \quad \forall p \in P, r \in R, t = 1 \dots \hat{t}$$

### Prozedurale Formulierung zur Anwendung der Tabu-Suche

Die Anwendung der Tabu-Suche erfordert eine Umformulierung des MIP-Entscheidungsmodells als Prozedur zur Generierung einer lokalen Umordnung der Variablenbelegungen und einer Systembewertung, was auch als „Festlegung einer geeigneten Codierung des Lösungsraums“ ([25], S. 115) bezeichnet wird. Es erfolgt eine Trennung in freie Entscheidungsvariablen (auf die die Heuristikregeln angewendet werden) und gebundene Entscheidungsvariablen, deren Belegung sich aus den Werten der ersteren sowie aus der sukzessiven Anwendung von Restriktionen und Wertebereichsbeschränkungen ableiten lässt.

- Die Variablenbelegungen für  $WV_o$ ,  $P_o$  und  $R_o$  (freie Entscheidungsvariablen) werden unter Einhaltung heuristischer Regeln gelöst.
- Die Ausprägungen der weiteren Entscheidungsvariablen (zur Ermittlung des Prozessquerschnitts pro Mitarbeiterkategorie  $r$  und Einsatzprofil  $p$ , woran die zur Leistungserfüllung notwendige Mitarbeiteranzahl erkennbar wird) werden sukzessiv hergeleitet und
- anhand der Bewertung des Lösungsergebnisses werden weitere Suchschritte beeinflusst.

Für die vorliegende Problemstellung stellte sich die folgende spezifische Implementierung der Tabu-Suche als erfolgreich heraus: Wenn alle Nachbarn einer Basislösung tabu sind, wird als „Neustart“ die bisher beste Lösung herangezogen und es wird an ihr die Veränderung in Analogie zur besten nicht erlaubten Nachbarlösung vollzogen. Die Tabu-Liste enthält die Komplemente der Züge, die zu einer Basislösung führten. Als Vorgehensweise, um zwischen Fokussierung und Diversifikation der Suche zu variieren, wird die *Obergrenze der Tabu-Listenlänge* pro Iteration um einen *Tabu-Listenlängenfaktor* erhöht, wenn für eine spezifizizierte Iterationsanzahl keine Verbesserung eingetreten ist. Allerdings erfolgt die Erhöhung der Tabulistenlänge nur bis zu einem vorgegebenen Maximum. Danach wird die Tabu-Listenlänge wieder auf die Ausgangsobergrenze reduziert. Die Steuerung des Tabu-Status erfolgt anhand einer Tabelle, die die Häufigkeit ausweist, in der einzelne Variablen Gegenstand eines Zuges waren, der zu einer neuen Basislösung geführt hat. Sofern die

Tabu-Listenlänge den jeweils gültigen Grenzwert übersteigt, werden alle Tabu-Listenelemente freigegeben, die am seltensten Gegenstand einer Variation waren, die zu einer neuen Basislösung führte. Die beschriebene Vorgehensweise führt annähernd zu einer Gleichverteilung der in der Tabu-Liste aufgeführten Variablen. Unter Anwendung des Aspirationskriteriums „Zielfunktionswert besser als derzeitige Lösung“ werden Elemente der Tabuliste toleriert, die zu besseren Zielfunktionswerten führen als der Zielfunktionswert der bisher besten Lösung.

Gemischt-ganzzahlige lineare Programmierung					Tabu-Suche			
Planungszeitraum von zehn Teilperioden								
P =1		P =5		P =1		P =5		
O	Zielfunktionsw.	Suchzeit	Zielfunktionsw.	Suchzeit	Zielfunktionsw.	Suchzeit	Zielfunktionsw.	Suchzeit
2	3000004,00	<0,1	3000004,00	1,0	3000004,00	<0,1	3000004,00	<0,1
3	5000005,00	1,0	4000005,00	3,0	5000005,00	0,1	4000005,00	0,2
4	5000014,00	1,0	4000014,00	12,0	5000014,00	0,4	4000014,00	64,8
5	5200013,16	3,0	4375019,48	39,0	5200010,48	1,9	4375018,54	543,1
6	6000007,40	4,0	4500012,60	129,0	6000006,44	2,7	4500010,24	592,0
7	6000007,40	8,0	4875026,68	1453,0	6000006,44	1,8	4875024,30	1905,4
14			Nutzerabbr. bei 8 Std.				9500054,00	28358,6
Planungszeitraum von 20 Teilperioden								
7			4875026,68	2961,0			4875031,79	16958,1
14			Nutzerabbr. bei 24Std.				9500032,08	12703,5

Tabelle 4: Berechnungsergebnisse (Suchzeiten in Sekunden)

Anmerkungen:

- In der obigen Tabelle sind Werte für die gemischt-ganzzahlige lineare Programmierung kursiv abgebildet, sofern die Ergebnisse schneller ermittelt wurden, als anhand der Tabu-Suche.
- Bei 14 Aufträgen wurden die Daten der ersten sieben Aufträge repliziert.
- Bei einem Planungszeitraum von 20 Teilperioden wurden die Arbeitszeitalternativen für zehn Teilperioden repliziert und angehängt.
- Da bei der Implementierung der Tabu-Suche eine Multiplikation von Entscheidungsvariablen möglich ist, wurden Wartezeiten  $> 1$  quadriert. Daher weichen die Ergebnisse hinsichtlich der Wartezeitkomponenten der Zielfunktion voneinander ab. Bei sieben Aufträgen und 20 Teilperioden resultiert der Wert der Wartezeitkomponenten allerdings tatsächlich aus einer unterschiedlichen Auftragsanordnung.
- Bei den für die Tabu-Suche angegebenen Suchzeiten handelt es sich um die Suchzeit bis zu der Iteration, bei der die angegebene Lösung gefunden wurde.
- Die angegebenen Abbrüche durch den Nutzer wurden vorgenommen, da über mehrere Stunden keine Zielfunktionswertverbesserung beobachtbar war.

## Mathematische Symbole zu Abschnitt 2

$a_t^p$  := 1, wenn Arbeitszeitalternative  $p$  die Anwesenheit in Teilperiode  $t$  festlegt, sonst 0.

$\tilde{B}_o$  := Bearbeitungsbeginn des Auftrags  $o$  vor dem Rüstvorgang;  $\tilde{B}_o \in \mathbb{N}$ ,  $\tilde{B}_o \geq 1$ .

$d_o$  := Bearbeitungsdauer für Auftrag  $o$ ;  $d_o \in \mathbb{R}_0^+$ .

$\varepsilon$  := Sehr kleine Zahl;  $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$ .

$E_{o,t}^{fr}$  := 1, wenn der Prozessquerschnitt für Auftrag  $o$  der Rüstfamilie  $fr$  ab Periode  $t$  gegenüber  $t-1$  ausgeweitet wird, in  $t$  also ein Rüstvorgang startet; sonst 0.

$fr$  := Angabe der Auftragsfamilie mit einer gemeinsamen Rüstzeit;  $fr \in \mathbb{N}$ .

$fr_o$  := Rüstfamilie des Auftrags  $o$ ;  $fr_o : O \rightarrow \text{FR}$  (surj.).

FR := Menge der Rüstfamilien  $fr$ ;  $\text{FR} \subset \mathbb{N}$ .



- $gr_{o'o''}$  := 1, wenn die Bearbeitung von Auftrag bzw. Arbeitsgang  $o'$  gleichzeitig mit jener von  $o''$  starten soll; sonst 0.
- $\ell^{qr}$  := Leistungszeitbedarfsfaktor zur Anhebung bzw. Absenkung der Normbedarfszeit bei Ver-  
richtung von Tätigkeiten der Kategorie  $q$  durch Arbeitskräfte der Kategorie  $r$ ;  $\ell^{qr} \in \mathbb{R}_0^+$ .
- $M$  := Hinreichend große Zahl;  $m \in \mathbb{N}$ .
- $o$  := Auftrag;  $o \in \mathbb{N}$ .
- $O$  := Menge der Aufträge  $o$ ;  $O \subset \mathbb{N}$ .
- $p$  := Betriebsseitig angebotene Arbeitszeitalternative bzw. Schicht („Arbeitszeitmuster“);  
( $p=1,2 \dots \hat{p}$ ).
- $P$  := Menge der Arbeitszeitmuster  $p$ ;  $P \subset \mathbb{N}$ .
- $PA^{pr}$  := Mitarbeiteranzahl der Personalausstattung der qualifikationsbezogenen Mitarbeiterkatego-  
rie  $r$ , die gem. Arbeitszeitalternative  $p$  eingesetzt werden;  $PA^{pr} = |PA^{pr}|$ ,  $PA^{pr} \in \mathbb{N}_0$ .
- $P_o$  := Die dem Auftrag  $o$  zugeordnete Arbeitszeitalternative  $p$ .  $P_o \in P$ .
- $Q$  := Qualifikationsanforderung bzw. Bedarfskategorie,  $q \in \mathbb{N}$ .
- $Q_o$  := Qualifikationsanforderung des Auftrags  $o$ ;  $q_o : O \rightarrow Q$  (surj.).
- $Q$  := Menge der Qualifikationsanforderungen (Bedarfskategorien)  $q$ ;  $Q \subset \mathbb{N}$ .
- $r$  := Qualifikationsangebot bzw. Mitarbeiterkategorie,  $r \in \mathbb{N}$ .
- $R$  := Menge verfügbarer qualifikationsspezifischer Mitarbeiterkategorien;  $R \subset \mathbb{N}$ .
- $R_o$  := Stellt die dem Auftrag  $o$  zugeordnete Mitarbeiterkategorie dar;  
 $R_o := 1$  bei  $Z_o' \bullet r = q_o$ ,  $0$  bei  $Z_o' \bullet r = 3$ .
- $RT_o$  := Rüstzeit für Auftrag bzw. Arbeitsgang  $o$ .  $RT_o \in \mathbb{R}_0^+$ .
- $rz^{fr}$  := Rüstzeit  $rz$  spezifiziert nach Rüstfamilien (Auftragsgruppen)  $fr$ ;  $rz^{fr} \in \mathbb{R}_0^+$ .
- $SB_o$  := Schlupfvariable zum Ausgleich zwischen dem Bearbeitungsbeginn  $\tilde{B}_o$  vor Rüstzeit und  
dem tatsächlich möglichen Bearbeitungsbeginn für Auftrag bzw. Arbeitsgang  $o$  nach  
Rüstzeit.  $SB_o \in \mathbb{R}_0^+$ .
- $sl$  := Pro Arbeitnehmer zu erbringende Anwesenheit in Zeiteinheiten (z. B. Stunden) bei Voll-  
zeit;  $sl \in \mathbb{N}$ .
- $t$  := Teilperiodenindex; ( $t=1,2 \dots \hat{t}$ ).
- $t_o$  := Teilperiode des Auftragsanfalls und somit des frühesten Bearbeitungsbeginns des Auf-  
trags  $o$  (in der Literatur auch als Freigabedatum [release date] genannt)<sup>17</sup>;  $0 < t_o \leq \hat{t}$ ,  
 $t_o \in \mathbb{N}$ .
- $vg_{o'o''}$  := 1, wenn Auftrag bzw. Arbeitsgang  $o''$  Vorgänger von  $o'$  ist, sonst 0.
- $wt$  := Obergrenze für Auftragswartezeit.
- $WP_{ot}$  := Binärvariable, die für die Teilperioden  $t$  ab dem Eintreffen des Auftrags  $o$  bis zu dessen  
Bearbeitungsbeginn (Warteteilperioden) eins und ansonsten null ist.
- $WV_o$  := Wartezeitvorgabe für  $o$  (Start Rüstzeit);  $WV_o = \tilde{B}_o - t_o$ ;  $WV_o \in \mathbb{N}_0$ ;  $WV_o \leq wt \quad \forall o \in O$ .
- $WZ_{ot}$  := Variable, die für die Warteteilperioden zwischen Auftragsankunft und Bearbeitungsbeginn  
des Auftrags  $o$  den Wert der gesamten Wartedauer und ansonsten den Wert 0 annimmt.
- $Y_{ot}^{pqr}$  := 1, wenn die Bearbeitung von  $o$  der Bedarfskategorie  $q$  Mitarbeitern der qualifikationsbe-  
zogenen Mitarbeiterkategorie  $r$  zugeordnet wird, deren Mitarbeiter gem. Arbeitszeitalter-  
nativ  $p$  eingesetzt werden; sonst 0.
- $Z_o^{pr}$  := 1, wenn  $o$  der qualifikationsbezogenen Ausstattungskategorie  $r$  mit Arbeitszeitalternative  
 $p$  zugeordnet wird; sonst 0.
- $zg$  := Faktor für die Gewichtung von Zielfunktionsbestandteilen im Rahmen einer Mehrzielop-  
timierung;  $zg \in \mathbb{R}_0^+$ .

<sup>17</sup> Vgl. beispielsweise [23], S. 54 ff.

$|X|$  := Mächtigkeit der Menge  $X$ .

$\hat{x}$  := Obergrenze für eine Variable bzw. einen Index (kleiner  $\infty$ ).

$x', x''$  := Zwei beliebige, jedoch unterschiedliche Elemente einer Menge.

### 3 Feststellungen und Schlussfolgerungen

Bei der MIP-Anwendung konnte für 14 Aufträge keine optimale Lösung ermittelt werden; bei bis zu sieben Aufträgen war die Ermittlung einer optimalen Lösung möglich. Die Tabu-Suche ermöglichte bei bis zu sieben Aufträgen die Ermittlung der optimalen Lösung – obwohl es sich um ein Suchverfahren mit zufallsbeeinflusster Wertefestlegung handelt. Die Zeiten zur Ermittlung der optimalen Lösungen waren bei Problemgrößen bis zu einschließlich 5 Arbeitszeitalternativen und 4 Aufträgen kürzer als bei der MIP-Anwendung.<sup>18</sup>) Bei dieser Bewertung sollte nicht außer Acht gelassen werden, dass bei zufallsbeeinflussten Suchverfahren das Abbruchkriterium i. d. R. durch den Modellierer vorzugeben ist und dass aufgrund der Beschaffenheit des Suchverfahrens die tatsächliche Distanz zum Optimum i. d. R. unklar ist. Bei 7 Aufträgen und 20 Teilperioden lieferte die Tabu-Suche ein Ergebnis, das geringfügig das MIP-Ergebnis überschreitet. Bei 14 Aufträgen wurde die vermutete Verdoppelung des optimalen Zielfunktionswerts unterschritten. Die auf der Basis eines definierten Abbruchkriteriums für 14 Aufträge investierte Suchzeit lag bei rd. 16 Stunden.

Die dargestellte Laufzeitentwicklung bei einer Steigerung der Problemgröße zeigt, dass eine umfangreiche oder stark detaillierte simultane Personalplanung kaum möglich ist. Möglich hingegen ist eine Planung bezogen auf Einzelmaßnahmen (z. B. Projekte) und Szenarien (begrenzte exemplarische Untersuchungen). Aufgrund der genannten Einschränkungen sind aus der hier durchgeführten simultanen Personalplanung nur sehr begrenzt anzustrebende Veränderungen hinsichtlich der Zusammensetzung der Personalausstattung ableitbar.

Die Ergebnisse zeigen hinsichtlich der hier angewendeten Implementierungsumgebung (Solver), dass sich die Rechenbarkeitsgrenze bez. der gemischt-ganzzahligen linearen Programmierung deutlich nach oben verschoben hat. Oberhalb dieser Grenze empfiehlt sich allerdings nach wie vor der Einsatz zufallsbeeinflusster Suchverfahren wie z. B. der Tabu-Suche.

### 4 Literaturangaben – Literaturhinweise

- [1] ACHTERBERG, TOBIAS; BERTHOLD, TIMO, Improving the Feasibility Pump, ZIB-Report 05-42, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik. Berlin 2005.
- [2] ADAM, DIETRICH, Produktions-Management, 9. Aufl., Wiesbaden 1998.
- [3] CHURCHMAN, C. WEST; ACKOFF, RUSSEL L.; ARNOFF, E. LEONARD, Operations Research, 5. Aufl., Wien 1971.
- [4] DANNA, EMILIE; ROTHBERG, EDWARD; LE PAPE, CLAUDE, Exploring relaxation induced neighborhoods to improve MIP solutions, in: Mathematical Programming, Serial A, 102, 2005, S. 71–90.
- [5] DOMSCH, MICHEL, Simultane Personal- und Investitionsplanung im Produktionsbereich, Bielefeld 1970.
- [6] FISCHETTI, MATEO; GLOVER, FRED; LODI, ANDREA, The feasibility pump, in: Mathematical Programming, Serial A, 104, 2005, S. 91–104.

---

<sup>18</sup> Was vor dem Hintergrund der Modellbeschaffenheit erfreulich ist. Zu neueren Entwicklungen zur Erfolgssteigerung bez. der gemischt-ganzzahligen Optimierung vgl. u. a. [1], [4], [6] und [7].

- [7] FISCHETTI, MATEO; LODI, ANDREA, Local branching, in: *Mathematical Programming, Serial B*, 98, 2003, S. 23–47.
- [8] FÜRST, ANTJE, *Auftragsfolge- und Personalplanung*, Diss. Frankfurt a. M., auch München, Mering 1997.
- [9] GSTETTNER, STEFAN, *Leistungsanalyse von Produktionssteuerungssystemen*, Heidelberg 1998.
- [10] GÜNTHER, HANS-OTTO, *Produktionsplanung bei flexibler Personalkapazität*, Stuttgart 1989.
- [11] HÄFNER, HEINZ, *Ein Warteschlangenansatz zur integrierten Produktionsplanung*, Heidelberg 1992.
- [12] HOITSCH, HANS-JÖRG, *Produktionswirtschaft*, 2. Aufl., München 1993.
- [13] JARR, KLAUS, *Stochastische Personalplanungen*, Wiesbaden 1978.
- [14] KERN, WERNER, *Industrielle Produktionswirtschaft*, 5. Aufl., Stuttgart 1992.
- [15] KILGER, WOLFGANG, *Industriebetriebslehre*, Bd. I, Wiesbaden 1986.
- [16] KIRKPATRICK, SCOTT, Optimization by Simulated Annealing – Quantitative Studies, in: *Journal of Statistical Physics*, (34) 1984, S. 975–986.
- [17] KOSSBIEL, HUGO, *Die Bestimmung des Personalbedarfs, des Personaleinsatzes und der Personalausstattung als betriebliches Entscheidungsproblem*, Habil. Kiel 1970 (unveröffentl.).
- [18] KOSSBIEL, HUGO, Probleme und Instrumente der betrieblichen Personalplanung, in: JACOB, HERBERT [Hrsg.], *Schriften zur Unternehmensführung*, Bd. 20, Wiesbaden 1974, S. 5–41.
- [19] KOSSBIEL, HUGO, Personalbereitstellung und Personalführung, in: JACOB, HERBERT [Hrsg.]: *Allgemeine Betriebswirtschaftslehre in programmierter Form*, 5. Aufl., Wiesbaden 1988, S. 1007–1171.
- [20] KOSSBIEL, HUGO, Vom ökonomischen Charme einfacher Poolingmodelle der Personalplanung, in: WORATSCHKE, HERBERT [Hrsg.]: *Perspektiven ökonomischen Denkens – Klassische und neue Ansätze des Managements*, Festschrift für Herrn Univ.-Prof. Dr. Dr. h.c. Rudolf Gümbel, Frankfurt a. M. 1998.
- [21] RUBAN, ARNE, *Simultane Personalplanung bei integrierter Auftragsfolgeplanung – Eine Durchführbarkeitsuntersuchung bei Anwendung von Entscheidungsbaum- und naturalogen Verfahren*, München, Mering 2008.
- [22] SPREMANN, KLAUS; ZUR, EBERHARD, Editorial, in: SPREMANN, KLAUS; ZUR, EBERHARD [Hrsg.]: *Controlling – Grundlagen, Informationssysteme, Anwendungen*, Wiesbaden 1992, S. 13–17.
- [23] UETZ, MARC, *Algorithms for Deterministic and Stochastic Scheduling*, Göttingen 2001.
- [24] VISCHER, PETER, *Simultane Produktions- und Absatzplanung – Rechnungstechnische und organisatorische Probleme mathematischer Programmierungsmodelle*, Wiesbaden 1967.
- [25] WENDT, OLIVER, *Naturalogene Verfahren zur approximativen Lösung kombinatorischer Optimierungsprobleme*, Wiesbaden 1995.
- [26] ZELENY, MILAN, *Multiple Criteria Decision Making*, New York, St. Louis, San Francisco et al. 1982.
- [27] ZÄPFEL, GÜNTHER, *Produktionswirtschaft – Operatives Produktions-Management*, Berlin, New York 1982.